

Differentialregning (§§ 16-22)

Opgaver med **rødt nummer** er opgaver der går ud over B-niveauet.

0401 Figuren viser grafen for en funktion f .

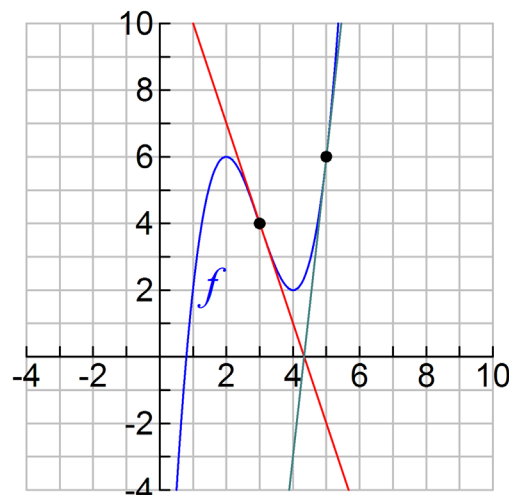
a) Find ud fra aflæsning på figuren

$$f'(3) \text{ og } f'(5)$$

b) Find ud fra aflæsning på figuren fortegnet for hvert af tallene

$$f'(1,5), f'(2,5) \text{ og } f'(4,5)$$

c) For hvilke tal x er $f'(x) = 0$?



0402 Figuren viser grafen for en funktion f .

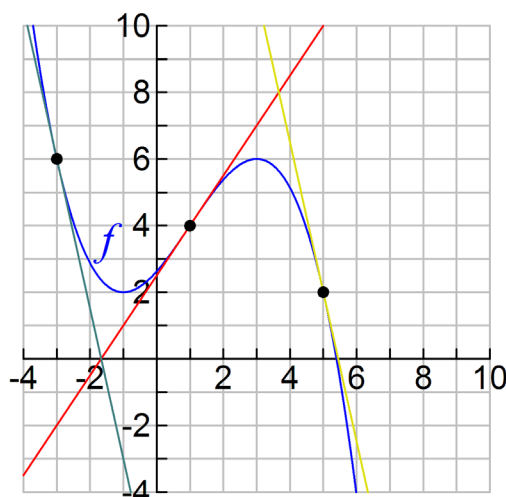
a) Find ud fra aflæsning på figuren

$$f'(-3), f'(1) \text{ og } f'(5)$$

b) Find ud fra aflæsning på figuren fortegnet for hvert af tallene

$$f'(-2), f'(0) \text{ og } f'(4)$$

c) For hvilke tal x er $f'(x) = 0$?



0403 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = -2 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 7$$

Find ved håndkraft differentialkvotienten $f'(x)$ af funktionen.

Bestem ved håndkraft $f'(4)$.

0404 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = 8 \cdot x^2 - 32 \cdot x + 4$$

Find ved håndkraft differentialkvotienten $f'(x)$ af funktionen.

Bestem ved håndkraft $f'(0)$ og $f'(3)$.

Løs ved håndkraft ligningen $f'(x) = 0$.

Hvad betyder det for grafen at $f'(x) = 0$?

0405 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = 5 \cdot \ln(x) - x + 6$$

Find ved håndkraft differentialkvotienten $f'(x)$ af funktionen.

Bestem ved håndkraft $f'(0,1)$, $f'(1)$ og $f'(10)$.

Løs ved håndkraft ligningen $f'(x) = 0$.

0406 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = 2 \cdot e^{-x} + 4 \cdot e^{3x}$$

Find ved håndkraft differentialkvotienten $f'(x)$ af funktionen.

Bestem ved håndkraft $f'(0)$ og $f'(1)$.

0407 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = -e^{3x} + 24 \cdot e^{12} \cdot x + 5$$

Find ved håndkraft differentialkvotienten $f'(x)$ af funktionen.

Bestem ved håndkraft $f'(4)$.

Løs ved håndkraft ligningen $f'(x) = 0$.

Lad cas-programmet løse ligningen $f'(x) = 0$, og tjek at det stemmer med det du har fundet.

0408 Bestem ved håndkraft ligningen for en tangent til grafen for funktionen f . Funktionen f har forskrift

$$f(x) = 5x^2 + 3x - 1$$

og røringspunktet for tangenten har førstekoordinat 1.

0409 Bestem ved håndkraft ligningen for en tangent til grafen for funktionen f . Funktionen f har forskrift

$$f(x) = 2 \cdot x^5 + x^2 - 4 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 9$$

og røringspunktet for tangenten har førstekoordinat 1.

0410 Bestem ved håndkraft ligningen for en tangent til grafen for funktionen f . Funktionen f har forskrift

$$f(x) = 14 \cdot \ln(x)$$

og røringspunktet for tangenten har førstekoordinat 7.

0411 Bestem ved håndkraft ligningen for en tangent til grafen for funktionen f . Funktionen f har forskrift

$$f(x) = 3 \cdot e^{4x}$$

og røringspunktet for tangenten har førstekoordinat 1.

0412 Bestem ved håndkraft ligningen for den tangent til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = 5 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 7$$

der har stigningstal 14.

0413 Bestem ved håndkraft ligningen for den tangent til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = 2 \cdot x^2 + 5x + 8$$

der har stigningstal 1.

0414 Bestem ved håndkraft ligningen for den tangent til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = 3 \cdot x^2 - 5x + 2$$

der har stigningstal 7.

0415 Bestem ved håndkraft ligningen for den tangent til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = -x^2 + 8x + 5$$

der er parallel med linjen med ligning

$$y = 2x + 1$$

0416 Grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = -x^2 + 10$$

har en tangent t med stigningstal -6 .

Bestem ved håndkraft en ligning for tangenten t .

Tangenten t skærer koordinatsystemets akser i to punkter der betegnes A og B .

Bestem ved håndkraft arealet af trekant AOB , hvor O er koordinatsystemets begyndelsespunkt.

0417 Grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = 2 \cdot \ln(x) + 4x$$

har en tangent t med stigningstal 5 .

Bestem ved håndkraft en ligning for tangenten t .

0418 Betragt funktionerne f og g med forskrifter

$$f(x) = 4x^2 + 2x + 5 \quad \text{og} \quad g(x) = -x^2 + 12x + 7$$

Der findes en værdi af x_0 , så tangenterne i $(x_0, f(x_0))$ og $(x_0, g(x_0))$ til graferne for de to funktioner er parallelle. Bestem ved håndkraft denne værdi af x_0 .

Bestem ved håndkraft ligninger for de to tangenter.

0419 Grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 8x - \frac{2}{3}$$

har netop en tangent der er parallel med linjen med ligning

$$y = 4x + 3$$

Bestem ved håndkraft en ligning for denne tangent.

0420 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 7x + 8$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen i punktet med koordinatsæt $(-2, f(-2))$.

0421 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = 12 \ln(x) + x$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen i punktet med koordinatsæt $(4, f(4))$.

0422 Bestem en ligning for tangenten i punktet $(-1, f(-1))$ til grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = \exp(3x) + 5x$$

0423 Bestem en ligning for tangenten i punktet $(2, f(2))$ til grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = \exp(x) + \ln(x)$$

0424 Bestem med hjælp af cas-programmet ligningen for tangenten med røringspunkt $(0, f(0))$ til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = (x^3 - 1)^2 + \exp(-6x + 3)$$

0425 Bestem med hjælp af cas-programmet ligningen for tangenten med røringspunkt $(1, f(1))$ til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = \ln(\sqrt{\exp(3x + 1) + 6} + 5)$$

- 0426 Bestem med hjælp af cas-programmet ligningen for tangenten med røringpunkt $(-1, f(-1))$ til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = \frac{\exp(x) + 4x}{\sqrt{x^2 + 1} + 3}$$

Lad desuden programmet skrive differentialkvotienten $f'(x)$.

- 0427 Bestem med hjælp af cas-programmet ligningen for tangenten med røringpunkt $(0, f(0))$ til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = \ln\left(\frac{e^{x+7}}{e^{-2x}}\right)$$

Lad desuden programmet skrive differentialkvotienten $f'(x)$.

Tjek ved håndkraft(!) at programmet har regnet rigtigt.

- 0428 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

a) Grafen har en tangent t med stigningstal 3. Bestem ved håndkraft en ligning for tangenten t .

b) Grafen har en tangent s der står vinkelret på tangenten t . Bestem ved håndkraft en ligning for tangenten s .

- 0429 Bestem ved håndkraft ligninger for de to tangenter til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = x^3 - 5x + 4$$

der er parallel med linjen med ligning

$$y = -2x + 3$$

Bestem ved håndkraft afstanden mellem de to tangenter.

- 0430 Bestem ved håndkraft ligningen for den tangent til grafen for funktionen f med forskrift

$$f(x) = x^2 + 3x + 2$$

der er parallel med linjen med ligning

$$y = 5x + 7$$

Bestem ved håndkraft afstanden mellem linjen og tangenten.

- 0431 Grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 25$$

har to tangenter, der har stigningstal 3.

Bestem afstanden mellem de to tangenter.

- 0432 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = 4e \cdot \ln(x)$$

Grafen for funktionen g med forskrift

$$g(x) = x^2 - 8x - 5$$

har en tangent t , der er parallel med tangenten i punktet $(e, f(e))$ til grafen for funktionen f .

Bestem en ligning for tangenten t .

- 0433 Vis at funktionen med forskrift

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 7x + 3$$

er en voksende funktion.

0434 Lad cas-programmet differentiere funktionen med forskrift

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

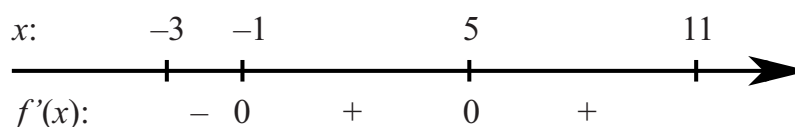
Vis ud fra differentialkvotienten af funktionen er voksende.

0435 Lad cas-programmet differentiere funktionen med forskrift

$$f(x) = \frac{\exp(-x)}{\exp(-x) + 2}$$

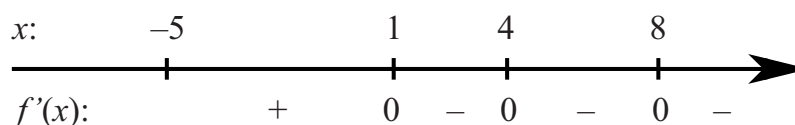
Vis ud fra differentialkvotienten af funktionen er aftagende.

0436 Funktionen f er en differentiabel funktion der er defineret i $[-3;11]$. Differentialkvotienten har følgende fortegnsvariation:



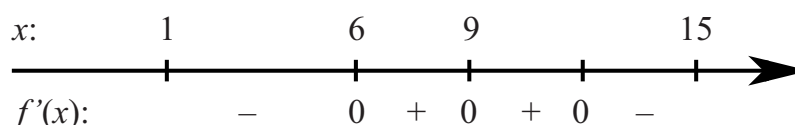
Beskriv hvad du ved om funktionens monotoniforhold og ekstrema ud fra tallinjen.
Skitsér en mulig graf for f .

0437 Funktionen f er en differentiabel funktion der er defineret i $[-5;\infty[$. Differentialkvotienten har følgende fortegnsvariation:



Beskriv hvad du ved om funktionens monotoniforhold og ekstrema ud fra tallinjen.
Skitsér en mulig graf for f .

0438 Funktionen f er en differentiabel funktion der er defineret i $]1;25[$. Differentialkvotienten har følgende fortegnsvariation:

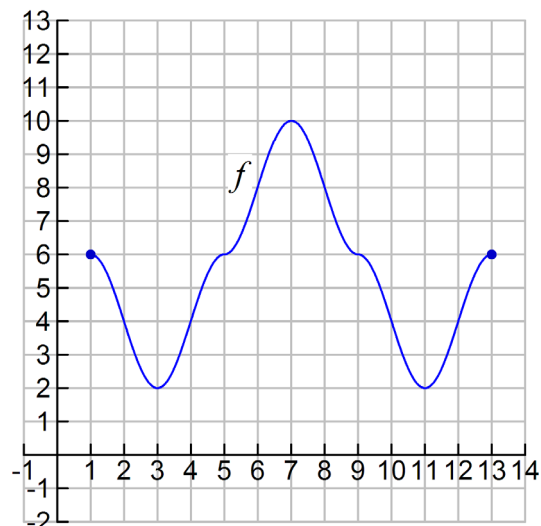


Beskriv hvad du ved om funktionens monotoniforhold og ekstrema ud fra tallinjen, når du desuden får at vide at $f(1) = f(15) = 0$.
Skitsér en mulig graf for f .

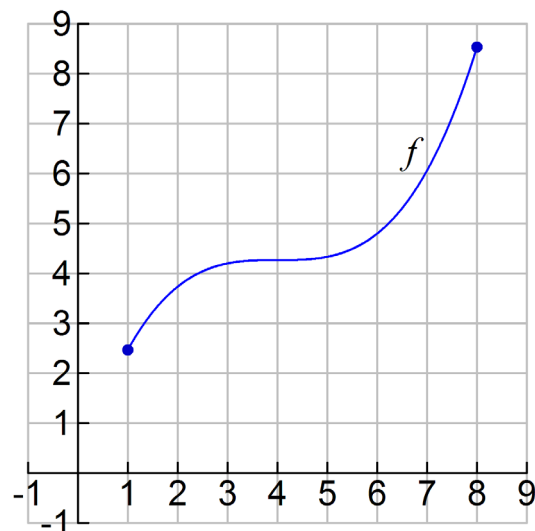
0439 Funktionen f er en differentiabel funktion der er defineret i $[0;12]$. Differentialkvotienten er nul i 1, i 4 og i 8. Differentialkvotienten er positiv i $]0;1[$ og i $]1;4[$ og differentialkvotienten er negativ i $]4;8[$ og i $]8;12[$.

Beskriv hvad du ved om funktionens monotoniforhold og ekstrema ud fra de oplysninger.
Skitsér en mulig graf for f .

- 0440 Figuren viser grafen for en funktion f . Funktionen er defineret i intervallet $[1;13]$.
 Lav fortegnslinjen for $f'(x)$.



- 0441 Figuren viser grafen for en funktion f .
 Lav fortegnslinjen for $f'(x)$.



- 0442 Vis at funktionen med forskrift

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 7x + 5$$

er aftagende.

- 0443 Vis at funktionen med forskrift

$$f(x) = x^5 + 2x^3 + 2x - 6$$

er voksende.

- 0444 Vis at funktionen med forskrift

$$f(x) = \frac{4 \cdot \exp(x) - \exp(-3x)}{3 \cdot \exp(x) + 2 \cdot \exp(-x)}$$

er voksende.

- 0445 Vis at funktionen med forskrift

$$f(x) = \exp(x) - 117\exp(-2x)$$

er voksende.

- 0446 Nogle kasser skal fremstilles, så længden er 6 gange bredden. Kasserne skal rumme 12 dm^3 .
 Hvad skal målene på kassen være hvis overfladen skal være så lille som muligt?