

Mere om differentialregning (§§ 27-35)

Opgaver med **rødt nummer** er opgaver der går ud over B-niveauet.

0601 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = x^3 - 4x + 5 \quad \text{for } -3 \leq x \leq 2$$

- Bestem monotoniforholdene og de lokale ekstrema ved hjælp af differentialkvotienten.
- Bestem værdimængden for funktionen.

0602 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 5 \quad \text{for } -1 \leq x \leq 4$$

- Bestem monotoniforholdene og de lokale ekstrema ved hjælp af differentialkvotienten.
- Bestem værdimængden for funktionen.

0603 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = x^3 - 12x + 7 \quad \text{for } -4 \leq x \leq 5$$

- Bestem monotoniforholdene og de lokale ekstrema ved hjælp af differentialkvotienten.
- Bestem værdimængden for funktionen.
- Bestem for enhver værdi af c antallet af løsninger til ligningen $f(x) = c$.

0604 Betragt fjerdegradspolynomiet med forskrift

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 48x^2 + 144x + 400$$

- Bestem monotoniforholdene og de lokale ekstrema ved hjælp af differentialkvotienten (lad cas-programmet løse den tredjegradslikning du kommer ud for).
- Bestem værdimængden for funktionen f .
- Bestem for enhver værdi af c antallet af løsninger til ligningen $f(x) = c$.

0605 Betragt fjerdegradspolynomiet med forskrift

$$f(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x - 16$$

- Bestem monotoniforholdene og de lokale ekstrema ved hjælp af differentialkvotienten (lad cas-programmet løse den tredjegradslikning du kommer ud for).
- Bestem værdimængden for funktionen f .
- Bestem for enhver værdi af c antallet af løsninger til ligningen $f(x) = c$.

0606 En funktion f har definitionsmængde \mathbb{R} og differentialkvotienten er

$$f'(x) = (x + 9)(x - 2)$$

Bestem monotoniforholdene og de lokale ekstremumssteder for funktionen f .

0607 En funktion f har definitionsmængde \mathbb{R} og differentialkvotienten er

$$f'(x) = (x + 3)(x - 7)(x - 5)$$

Bestem monotoniforholdene og de lokale ekstremumssteder for funktionen f .

0608 En funktion f har definitionsmængde \mathbb{R} , og differentialkvotienten er

$$f'(x) = (x - 1)^2 \cdot (x + 3)^2 \cdot (x - 2)$$

Bestem monotoniforholdene og de lokale ekstremumssteder for funktionen f .

0609 En funktion f har definitionsmængde \mathbb{R} , og differentialkvotienten er

$$f'(x) = (x - 5)^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 8)$$

Bestem monotoniforholdene og de lokale ekstremumssteder for funktionen f .

0610 Betragt den lineære funktionen med forskrift

$$f(x) = 0,58x + 4$$

- Tegn den del af grafen der ligger i anden kvadrant.
- Bestem det maksimale areal af det rektangel der har bredde x og højde $f(x)$, når punktet $(x, f(x))$ ligger i anden kvadrant.

0611 Betragt andengradspolynomiet med forskrift

$$f(x) = x^2 - 16$$

- Tegn den del af grafen der ligger i fjerde kvadrant.
- Bestem det maksimale areal af det rektangel der har bredde x og højde $-f(x)$, når punktet $(x, f(x))$ ligger i fjerde kvadrant.

0612 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}, \quad x \geq 0$$

- Tegn grafen.
- Bestem det maksimale areal af det rektangel der har bredde x og højde $f(x)$.

0613 Bestem ved hjælp af differentialregning monotoniforhold og lokale ekstrema for funktionen med forskrift

$$f(x) = 2x + \frac{8}{x}, \quad x > 0$$

Bestem desuden værdimængden for funktionen.

0614 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = -4x + 7 + \exp(x)$$

- Bestem monotoniforhold og lokale ekstrema ved hjælp af differentialkvotienten.
- Bestem værdimængden for funktionen.

0615 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = x - 3\ln(x), \quad x \in [1;8]$$

- Bestem monotoniforhold og lokale ekstrema ved hjælp af differentialkvotienten.
- Bestem værdimængden for funktionen.

0616 Find ud af hvad der skal stå på spørgsmålstegnets plads:

- $8x + 1 \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 3$
- $15 \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 5$
- $6x^2 \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 6$
- $8x - 32/x \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 2$

0617 Find ud af hvad der skal stå på spørgsmålstegnets plads:

- $7x^2 + 3x \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 1$
- $24/x^2 \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 4$
- $10/(x+13) \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 7$
- $7x^4 + 18/(x+3)^2 \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 0$

0618 Bestem ved brug af cas-programmet hvad der skal stå på spørgsmålstegnets plads:

a) $\frac{3x^2 - 12}{x - 2} \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 2$

b) $\frac{\exp(x) - \exp(7)}{x - 7} \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 7$

c) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{6}}{x - 6} \rightarrow ?$ for $x \rightarrow 3$

0619 En bevægelse har stedfunktionen $s(t) = -4,91t^2 - 8t + 3$.
Bestem både hastigheden og accelerationen som funktion af tiden t .

0620 Skriv hver af funktionerne som sammensatte funktioner:

a) $h(x) = (x - 7)^3$ b) $h(x) = \exp(7x + 2)$

c) $h(x) = \frac{1}{x^2 + 5}$ d) $h(x) = \ln(3x^2 + 1)$

0621 Lad f og g være funktionerne

$$f(x) = x^2 \text{ og } g(x) = 3x + 1$$

Bestem forskrift og definitionsområde for $f \circ g$ og $g \circ f$.

0622 Lad f og g være funktionerne

$$f(x) = x + 1 \text{ og } g(x) = \ln(x)$$

Bestem forskrift og definitionsområde for $f \circ g$ og $g \circ f$.

0623 Lad f og g være funktionerne

$$f(x) = x^2 \text{ og } g(x) = \sqrt{x}$$

Bestem forskrift og definitionsområde for $f \circ g$ og $g \circ f$.

0624 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = \exp(x^5 - x^4)$$

a) Bestem ved håndkraft differentialkvotienten for funktionen f .

b) Bestem ved håndkraft eventuelle nulpunkter for differentialkvotienten for funktionen f .

c) Overvej hvordan du tror grafen for funktionen f ser ud, og tjek ved at få tegnet grafen.

0625 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = (x^2 - 1)^2$$

a) Bestem ved håndkraft differentialkvotienten for funktionen f .

b) Bestem ved håndkraft eventuelle nulpunkter for differentialkvotienten for funktionen f .

c) Overvej hvordan du tror grafen for funktionen f ser ud, og tjek ved at få tegnet grafen.

0626 Differentier hver af funktionerne:

a) $f(x) = (4x^2 + x)^3$ b) $f(x) = \ln(x^4 + 1)$

c) $f(x) = 5^{3x+6}$ d) $f(x) = 2^{\ln(x)}$

0627 Differentier hver af funktionerne:

a) $f(x) = (x + 5)^2 \cdot \ln(x)$ b) $f(x) = \exp(6x^5 + 5)$

c) $f(x) = (\exp(3x + 8))^2$ d) $f(x) = (\exp(5x + 2))^{-1}$

0628 Differentier hver af funktionerne:

a) $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 2}$

b) $f(x) = \frac{6x + 2}{x - 5}$

c) $f(x) = \frac{12x}{x + 7}$

d) $f(x) = \frac{5x}{\exp(x+1) + 2}$

0629 Differentier hver af funktionerne:

a) $f(x) = \sqrt{9x - 3}$

b) $f(x) = 4\sqrt{\sqrt{x} + 7}$

c) $f(x) = \sqrt{5x^2 + 7}$

d) $f(x) = \sqrt{\exp(2x) + 11}$