

## Integralregning (§§ 23-27)

5001 Bestem ved håndkraft samtlige stamfunktioner til hver af funktionerne

a)  $f(x) = 3 \cdot x^{0,4} + 7$

b)  $f(x) = 2 \cdot 7^x + x^7$

c)  $f(x) = 8 \cdot \exp(x) + \ln(25) \cdot 5^x$

d)  $f(x) = e^2 \cdot \exp(2x) + 12 \cdot x^5$

5002 Bestem ved håndkraft samtlige stamfunktioner til hver af funktionerne

a)  $f(x) = 3x^{-4} + 5x^{-11}$

b)  $f(x) = 4 \cdot x^{-7} - \ln(81) \cdot 3^x$

c)  $f(x) = 5 \cdot \ln(x) + 9$

d)  $f(x) = 3 \cos(x) - 6 \sin(x)$

5003 Bestem ved håndkraft samtlige stamfunktioner til hver af funktionerne

a)  $f(x) = 4 \cdot \ln(2) \cdot 2^x - \ln(8) \cdot \exp(\ln(2) \cdot x)$

b)  $f(x) = 2 \cdot x^{-1} + 1$

c)  $f(x) = 5 \cdot \ln(x) + 5$

d)  $f(x) = 14 \cdot x^{-8} + 3 \cdot 8^x$

5004 Bestem ved håndkraft samtlige stamfunktioner til hver af funktionerne

a)  $f(x) = \frac{5}{x} - 6$

b)  $f(x) = 4 \cdot \sqrt{x} - \frac{2}{x}$

c)  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x}}$

d)  $f(x) = \frac{x^{0,5}}{\sqrt{x}}$

5005 Bestem ved håndkraft hvert af de ubestemte integraler

a)  $f(x) = \int 7 \cdot \exp(3x) dx$

b)  $f(x) = \int (5 \cdot 7^x + 3^x) dx$

c)  $f(x) = \int (\exp(4x) + 3 \cdot \exp(2x)) dx$

d)  $f(x) = \int (\exp(5x) + 3 \cdot \exp(10x)) dx$

5006 Bestem ved håndkraft hvert af de ubestemte integraler

a)  $f(x) = \int \frac{\sqrt{x}}{x^5} dx$

b)  $f(x) = \int \frac{x}{\sqrt{x} \cdot x^{-3}} dx$

c)  $f(x) = \int \frac{x^3}{x \cdot \sqrt{x}} dx$

d)  $f(x) = \int \left( \frac{x^4}{x \cdot \sqrt{x}} - x^2 \cdot \sqrt{x} \right) dx$

5007 Bestem ved håndkraft samtlige stamfunktioner til hver af funktionerne

a)  $f(x) = 8 \cdot (8x + 4)^2$

b)  $f(x) = 5 \cdot \exp(10x + 1)$

c)  $f(x) = \sin(3x + 8)$

d)  $f(x) = 2 \cdot \ln(5x + 8)$

5008 Bestem ved håndkraft samtlige stamfunktioner til hver af funktionerne

a)  $f(x) = x \cdot (3x^2 + 1)^2$

b)  $f(x) = (6x^2 + 4) \cdot \sin(x^3 + 2x)$

c)  $f(x) = 4x \cdot \cos(x^2 + 6)$

d)  $f(x) = x \cdot \ln(x^2 + 1)$

5009 Bestem ved håndkraft samtlige stamfunktioner til hver af funktionerne

a)  $f(x) = \frac{\exp(x)}{\exp(x) + 1}$

b)  $f(x) = \frac{20x^3 + 2x}{5x^4 + x^2 + 1}$

c)  $f(x) = \left( \frac{1}{x} + 1 \right) \cdot (\ln(2x) + x)^2$

d)  $f(x) = \sin(x) \cdot (\cos(x) + 5)^3$

5010 Bestem ved håndkraft for hver af funktionerne den stamfunktion til funktionen hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (2,3):

a)  $f(x) = (2x - 5)^2$                       b)  $f(x) = 6 \cdot (4x - 7)^2$   
c)  $f(x) = 6x \cdot (x^2 - 2)^2$               d)  $f(x) = (2x - 1) \cdot (x^2 - x)^3$

5011 Bestem ved håndkraft for hver af funktionerne den stamfunktion til funktionen hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (5,11):

a)  $f(x) = \frac{2}{4x - 17}$                       b)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 11}$   
c)  $f(x) = \frac{4}{8x + 9}$                       d)  $f(x) = \frac{2x^3 + x}{x^4 + x^2 + 250}$

5012 Bestem ved håndkraft for hver af funktionerne den stamfunktion til funktionen hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (3,5):

a)  $f(x) = \cos(2x - 8)$                       b)  $f(x) = 4 \cdot \sin(6x - 1)$   
c)  $f(x) = (2x - 3) \cdot \sin(4x^2 - 12x)$       d)  $f(x) = x \cdot \cos(3x^2 - 25)$

5013 Bestem ved håndkraft for hver af funktionerne den stamfunktion til funktionen hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (-1,7):

a)  $f(x) = 2 \cdot \exp(3x + 1)$                       b)  $f(x) = x^2 \cdot \exp(2x^3 + 5)$   
c)  $f(x) = (x + 1) \cdot \exp(x^2 + 2x + 1)$       d)  $f(x) = (x + 3) \cdot \exp(x^2 + 6x)$

5014 Bestem ved håndkraft for hver af funktionerne den stamfunktion til funktionen hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (4,-2):

a)  $f(x) = 4^{3x - 10}$                       b)  $f(x) = 8^{-x + 5}$   
c)  $f(x) = 3e^{2x - 5}$                       d)  $f(x) = 5^{-2x + 10}$

5015 Bestem den stamfunktion til funktionen

$$f(x) = \frac{4}{x^2 + x}$$

hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (3,5).

5016 Bestem den stamfunktion til funktionen

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x})$$

hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (23,175).

5017 Bestem samtlige stamfunktioner til funktionen

$$f(x) = \sin(\sqrt{x})$$

5018 Bestem samtlige stamfunktioner til funktionen

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 5x + 6}$$

5019 Bestem samtlige stamfunktioner til funktionen

$$f(x) = x^2 \cdot \cos(x)$$

5020 Bestem den stamfunktion til funktionen

$$f(x) = x^2 \cdot \exp(\sqrt{x})$$

hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (2,1).

5021 Bestem den stamfunktion til funktionen

$$f(x) = x \cdot \ln(x + \sqrt{x})$$

hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (1,6).

5022 Bestem den stamfunktion til funktionen

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \exp(\sqrt{x} + 3)$$

hvis graf går gennem punktet med koordinatsæt (4,7).

5023 Bestem den stamfunktion til funktionen

$$f(x) = (\ln(4))^3 \cdot x^2 \cdot 4^{x+1}$$

der går gennem punktet med koordinatsæt (2,5).

5024 Betragt funktionen  $f$  med forskrift

$$f(x) = x^2 - 3x - 10$$

Bestem de to stamfunktioner til funktionen  $f$  hvis grafer har førsteaksen som tangent.

5025 Betragt funktionen  $f$  med forskrift

$$f(x) = x^2 - 13x + 41$$

Bestem eventuelle stamfunktioner til funktionen  $f$  hvis grafer har linjen med ligning  
 $y = x + 2$   
som tangent.

5026 Betragt funktionen  $f$  med forskrift

$$f(x) = \exp(5x + 3)$$

Bestem eventuelle stamfunktioner til funktionen  $f$  hvis grafer har linjen med ligning  
 $y = 2x + 8$   
som tangent.

5027 Betragt funktionen  $f$  med forskrift

$$f(x) = \exp(5 \cdot x + 2) - \exp(4 \cdot x)$$

Bestem eventuelle stamfunktioner til funktionen  $f$  hvis grafer har linjen med ligning  
 $y = 3$   
som tangent.

5028 Betragt funktionen  $f$  med forskrift

$$f(x) = x^2 + \exp(x)$$

Bestem eventuelle stamfunktioner til funktionen  $f$  hvis grafer har linjen med ligning  
 $y = 5x + 1$   
som tangent. (Du må her nøjes med tilnærmede værdier)

5029 Betragt funktionen  $f$  med forskrift

$$f(x) = \ln(x - 5) - 2$$

Bestem eventuelle stamfunktioner til funktionen  $f$  hvis grafer har linjen med ligning  $y = 7$  som tangent.

5030 Lad  $f$  være en funktion der er defineret i  $[-2;11]$ , og som har en stamfunktion  $F$ . Tabellen viser nogle værdier for funktionen  $f$  og stamfunktionen  $F$ :

$x$	-2	0	4	8	11
$f(x)$	5	2	-6	15	31
$F(x)$	23	29	28	25	95

Beregn hvert af integralerne

a)  $\int_{-2}^4 f(x) dx$       b)  $\int_{-2}^{11} f(x) dx$       c)  $\int_4^{11} f(x) dx$       d)  $\int_0^8 f(x) dx$

5031 Lad  $f$  være en funktion der er defineret i  $[-10;10]$ , og som har en stamfunktion  $F$ . Tabellen viser nogle værdier for funktionen  $f$  og stamfunktionen  $F$ :

$x$	-10	-5	0	5	10
$f(x)$	-7	-2	-1	6	13
$F(x)$	55	32	-25	4	50

Beregn hvert af integralerne

a)  $\int_{-10}^0 f(x) dx$       b)  $\int_{-10}^5 f(x) dx$       c)  $\int_{-5}^5 f(x) dx$       d)  $\int_0^5 f(x) dx$

5032 Lad  $f$  være en funktion der er defineret i  $[0;12]$ , og som har en stamfunktion  $F$ . Tabellen viser nogle værdier for funktionen  $f$  og stamfunktionen  $F$ :

$x$	0	3	6	10	12
$f(x)$	5	4	0	2	7
$F(x)$	34	46	51	55	61

Beregn hvert af integralerne

a)  $\int_6^{12} f(x) dx$       b)  $\int_4^6 f(x) dx$       c)  $\int_{10}^3 f(x) dx$       d)  $\int_{12}^0 f(x) dx$

5033 Lad  $f$  være en funktion der er defineret i  $[-5;25]$ , og som har en stamfunktion  $F$ . Tabellen viser nogle værdier for funktionen  $f$  og stamfunktionen  $F$ :

$x$	0	5	10	15	20
$f(x)$	-6	-8	-11	-7	0
$F(x)$	14	-20	-55	-100	-117

Beregn hvert af integralerne

a)  $\int_5^{15} f(x) dx$       b)  $\int_{15}^{20} f(x) dx$       c)  $\int_{20}^0 f(x) dx$       d)  $\int_0^5 f(x) dx$

5034 Det oplyses at

$$\int_1^9 f(x)dx = 5, \quad \int_4^9 f(x)dx = -7 \quad \text{og} \quad \int_1^4 g(x)dx = 3$$

Bestem hvert af integralerne

a)  $\int_1^4 f(x)dx$       b)  $\int_1^4 (f(x) + g(x))dx$       c)  $\int_1^4 (5 \cdot f(x) + 3 \cdot g(x))dx$

5035 Det oplyses at

$$\int_{-4}^8 f(x)dx = 14, \quad \int_6^{15} f(x)dx = 8 \quad \text{og} \quad \int_6^8 f(x)dx = -5$$

Bestem hvert af integralerne

a)  $\int_8^{15} f(x)dx$       b)  $\int_{-4}^{15} f(x)dx$       c)  $\int_{-4}^6 f(x)dx$       d)  $\int_{15}^{-4} f(x)dx$

5036 Det oplyses at

$$\int_{-8}^4 f(x)dx = -7, \quad \int_{11}^4 f(x)dx = -63 \quad \text{og} \quad \int_{-8}^{11} g(x)dx = 56$$

Bestem hvert af integralerne

a)  $\int_{-8}^{11} f(x)dx$       b)  $\int_{-8}^{11} (f(x) - g(x))dx$       c)  $\int_{-8}^{11} (5 \cdot f(x) - 2 \cdot g(x))dx$

5037 Bestem ved håndkraft hvert af integralerne:

a)  $\int_{-1}^1 (x^4 - 3x^2 + 3)dx$       b)  $\int_{-2}^6 (x + \exp(x))dx$       c)  $\int_{-\pi/4}^{\pi/2} \cos(2x)dx$

5038 Bestem ved håndkraft hvert af integralerne:

a)  $\int_5^8 (x - 6)^3 dx$       b)  $\int_1^2 (\ln(x) + x)dx$       c)  $\int_{-1}^0 5^{3x+1} dx$

5039 Bestem ved håndkraft hvert af integralerne:

a)  $\int_{-6}^4 \frac{2}{x+8} dx$       b)  $\int_0^6 \frac{x}{x^2+2} dx$       c)  $\int_{-4}^{-2} \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx$

5040 Bestem ved håndkraft hvert af integralerne:

a)  $\int_1^2 x \cdot 3^{x^2-1} dx$       b)  $\int_{-1}^0 (x^2 + 2) \cdot \exp(x^3 + 6x + 8)dx$       c)  $\int_{-2}^3 \ln(2x + 5)dx$

5041 Bestem ved håndkraft hvert af integralerne:

a)  $\int_3^4 (x - 3) \cdot (x^2 - 6x + 10)^3 dx$       b)  $\int_3^4 (\exp(x) + \frac{1}{x}) \cdot (\exp(x) + \ln(x))^3 dx$

5042 Bestem hvert af integralerne:

a)  $\int_2^7 \sqrt{x^2 + 6} dx$       b)  $\int_1^5 \sin(\sqrt{x+1}) dx$

5043 Bestem hvert af integralerne:

a)  $\int_{-4}^{-1} (\exp(x) \cdot \sqrt{-x}) dx$       b)  $\int_{-10}^{-5} (4 \cdot x \cdot \ln(-x)) dx$       c)  $\int_{-4}^{-2} (9 \cdot \sqrt{-x} \cdot \ln(-x)) dx$

5044 Bestem ved håndkraft konstanten  $k$  så

$$\int_1^5 \left(\frac{k}{x} + 1\right) dx = 7$$

5045 Bestem ved håndkraft konstanten  $k$  så

$$\int_0^1 (k \cdot x^4 - 4 \cdot x^3) dx = 2$$

5046 Bestem konstanten  $k$  så

$$\int_2^5 k^x dx = 10$$

5047 Bestem konstanten  $k$  så

$$\int_2^6 (x \cdot \sqrt{x+k}) dx = 50$$

5048 Bestem konstanten  $k$  så

$$\int_7^8 \frac{x}{\sqrt{x+k}} dx = 4$$

5049 Et cas-program giver

$\text{solve}\left(\int_0^s (x \cdot \exp(x)) dx = 0.1, s\right)$        $\rightarrow s = .391659$  or  $s = -.531812$   
Warning: More solutions may exist

Gør rede for at der kun er to løsninger til ligningen.

5050 Et cas-program giver

$\text{solve}\left(\int_3^4 s^{(x+1)} dx = 6, s\right)$        $\rightarrow s = 1.48693$   
Warning: More solutions may exist

Gør rede for at der kun kan være en løsning til ligningen.

5051 Et cas-program giver

$\text{solve}\left(\int_0^s (x^2 \cdot \exp(x)) dx = 5, s\right)$        $\rightarrow s = 1.62034$   
Warning: More solutions may exist

Gør rede for at der kun kan være en løsning til ligningen.

5052 Bestem ved håndkraft tallet  $s$  så

$$\int_3^s (2x+1)dx = 18$$

5053 Bestem ved håndkraft tallet  $s$  så

$$\int_0^s 3 \cdot (x+1)^2 dx = 26$$

5054 Bestem ved håndkraft tallet  $t$  så

$$\int_0^t e^{2x} dx = 5$$

5055 Bestem tallet  $t$  så

$$\int_0^t \ln(\sqrt{x+2}) dx = 3$$

Det oplyses, at der kun er en løsning.

5056 Bestem tallet  $t$  så

$$\int_{-2}^t (x^2 + \exp(x)) dx = 9$$

5057 Bestem tallet  $t$  så

$$\int_0^t (x^2 + 2^x) dx = 91$$

5058 Betragt følgende ”resultater”

$$1) \int_{-1}^1 \frac{1}{\sin(x)} dx \rightarrow 0$$

$$2) \int_{-1}^4 \frac{x}{\sin(x)} dx \rightarrow 16.6305$$

Warning: Questionable accuracy

- Overvej hvilke problemer der er med hvert af integralerne.
- Tegn graferne for integranderne.

5059 Betragt følgende ”resultater”

$$1) \text{fnint}\left(\frac{x}{\ln(|x|)}, x, -2, 2\right) \rightarrow 0.$$

$$2) \text{fnint}\left(\frac{1}{\exp(x) - 1}, x, -1, 2\right) \rightarrow 10.1777$$

Warning: Questionable accuracy

- Overvej hvilke problemer der er med hvert af integralerne.
- Tegn graferne for integranderne.

5060 Betragt følgende "resultater"

$$1) \int_1^{10} \frac{1}{2 - \ln(x)} dx \quad \rightarrow 11.3651$$

Warning: Questionable accuracy

$$2) \int_{-1}^5 \frac{x}{\exp(x) - 1} dx \quad \rightarrow 2.88189$$

- a) Overvej hvilke problemer der er med hvert af integralerne.  
b) Tegn graferne for integranderne.

5061 Bestem ved håndkraft arealet af det begrænsede område der afgrænses af graferne for funktionerne med forskrifter

$$f(x) = x^2 - 8x + 18 \quad \text{og} \quad g(x) = x + 4$$

5062 Bestem ved håndkraft arealet af det begrænsede område der afgrænses af graferne for funktionerne med forskrifter

$$f(x) = -2x^2 + 8x + 10 \quad \text{og} \quad g(x) = -2x + 18$$

5063 Bestem arealet af det begrænsede område der afgrænses af graferne for funktionerne med forskrifter

$$f(x) = 2x + \frac{4}{x} \quad \text{og} \quad g(x) = x + 5$$

Prøv eventuelt om du kan løse opgaven ved håndkraft.

5064 Bestem arealet af det begrænsede område der afgrænses af graferne for funktionerne med forskrifter

$$f(x) = \exp(2x) \quad \text{og} \quad g(x) = \exp(3x) + 0,05$$

5065 Bestem arealet af det begrænsede område der afgrænses af graferne for funktionerne med forskrifter

$$f(x) = \ln(x) + 4 \quad \text{og} \quad g(x) = x^2 - 6x + 9$$

5066 Betragt funktionerne med forskrifter

$$f(x) = x^3 - 3x^2 \quad \text{og} \quad g(x) = x - 3$$

a) Tjek ved indsættelse i forskrifterne at graferne skærer hinanden for  $x = -1$ ,  $x = 1$  og  $x = 3$ .

b) Bestem ved håndkraft arealet af det todelte område der afgrænses af graferne for de to funktioner.

5067 Betragt funktionerne med forskrift

$$f(x) = x^4 - 13x^3 + 56x^2 - 92x + 48 \quad \text{og} \quad g(x) = 0$$

Bestem arealet af det tredelte område der afgrænses af graferne for de to funktioner.

5068 Det oplyses at graferne for funktionerne med forskrifter  $f(x) = x^3 + 1$  og  $g(x) = 3^x$  afgrænser et tredelt begrænset område. Bestem arealet af dette tredelte område.



5069 Bestem arealet af det firdelte område der afgrænses af graferne for funktionerne med forskrifter

$$f(x) = 9 \cdot \cos(x) \quad \text{og} \quad g(x) = x - 1$$

5070 Førsteaksen og grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = x^4 - 9x^3 + 26x^2 - 24x + 2$$

afgrænser et område i fjerde kvadrant der har et areal.

a) Bestem arealet af dette område.

b) Linjen med ligning  $x = k$ , deler området i to områder der hver har et areal. Bestem tallet  $k$  så de to områders arealer er lige store.

5071 Grafen for funktionen med forskrift  $f(x) = \exp(x) - \sqrt{3x}$  afgrænser sammen med linjen med ligning  $x = k$ ,  $k > 0$  og koordinatsystemets akser et område der har et areal.

Bestem de værdier af tallet  $k$  for hvilke arealet er 10.

5072 Betragt funktionen med forskrift  $f(x) = \exp(x)$ . Grafen afgrænser sammen med linjen med ligning  $x = k$ ,  $k > 0$  og akserne et område i første kvadrant  $A_k$  der har et areal.

Grafen afgrænser sammen med linjerne med ligninger  $x = k$  og  $x = 2k$ ,  $k > 0$  og førsteaksen et område i første kvadrant  $B_k$  der har et areal.

a) Bestem tallet  $k$  så  $B_k$  er 100 gange så stort som  $A_k$ .

b) Bestem  $k$  som funktion af  $n$ ,  $n > 0$ , når  $B_k$  er  $n$  gange så stort som  $A_k$ .

5073 Betragt funktionen med forskrift  $f(x) = x^2 - 14x + 24$ . Grafen afgrænser sammen med førsteaksen en punktmængde  $M$  i fjerde kvadrant der har et areal.

a) Bestem arealet af  $M$ .

Punktmængden  $M$  deles af linjen med ligning  $x = k$  i to punktmængder der hver har et areal.

b) Mellem hvilke grænser skal  $k$  ligge?

c) Bestem tallet  $k$  så den del af  $M$  der ligger til venstre for  $k$ , er 5 gange så stor som den del der ligger til højre for  $k$ .

5074 Graferne for funktionerne  $f(x) = e^x$  og  $g(x) = x^2 + 1$  afgrænser sammen med linjen med ligning  $x = k$ ,  $k > 0$  en punktmængde  $A_k$  i første kvadrant der har et areal.

a) Bestem tallet  $k$  så arealet af  $A_k$  er 100.

De to grafer afgrænser også sammen med linjen med ligning  $x = -k$ ,  $k > 0$  en punktmængde  $B_k$  i anden kvadrant der har et areal.

b) Bestem tallet  $k$  så arealerne af  $A_k$  og  $B_k$  er lige store.

5075 Førsteaksen og grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = (x - 3)^2 - 3 \cdot \ln(x)$$

afgrænser et begrænset område. Bestem arealet af dette område.

5076 Førsteaksen, linjen med ligning  $x = k$ ,  $0 < k < 37$  og grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = \ln\left(\frac{x}{37}\right)$$

afgrænser et begrænset område i fjerde kvadrant.

a) Bestem for  $k = 1$  arealet af dette område.

b) Bestem tallet  $k$  så arealet af området er 16.

5077 Førsteaksen, linjerne med ligninger  $x = -10$  og  $x = -5$  og grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = \ln(|x|)$$

afgrænser et begrænset område. Bestem arealet af dette område.

5078 Førsteaksen, linjerne med ligninger  $x = k$  og  $x = -k$ ,  $k > 0$  og grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = -5 \cdot \exp\left(\frac{x}{10}\right)$$

afgrænser et begrænset område  $A$  i tredje og fjerde kvadrant.

a) Bestem tallet  $k$  så arealet af dette område er 25.

b) Bestem tallet  $k$  så arealet af dette område er 1 000 000.

c) Førsteaksen, linjerne med ligninger  $x = -k$  og  $x = m$ ,  $-k < m < k$  og grafen for funktionen afgrænser et begrænset område  $B$ . Bestem for  $k = 6$  tallet  $m$ , så arealet af  $B$  er halvt så stort som arealet af  $A$ .

5079 Førsteaksen og grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = \exp(x - 1) - 10 \cdot \sin(x)$$

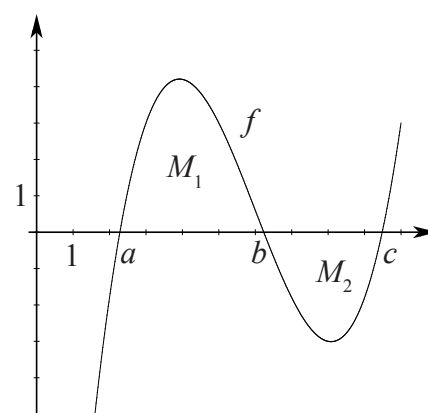
afgrænser et begrænset område i fjerde kvadrant. Bestem arealet af dette område.

5080 Figuren viser grafen for en kontinuert funktion  $f$ . Funktionen har 3 nulpunkter, der kaldes  $a$ ,  $b$  og  $c$ . Grafen afgrænser sammen med førsteaksen to områder  $M_1$  og  $M_2$ . Det oplyses at

$$\int_a^b f(x) dx = 10,7163$$

og at

$$\int_a^b f(x) dx = 4,3244$$



a) Bestem  $\int_b^c f(x) dx$ .

b) Bestem arealet af området  $M_2$ .

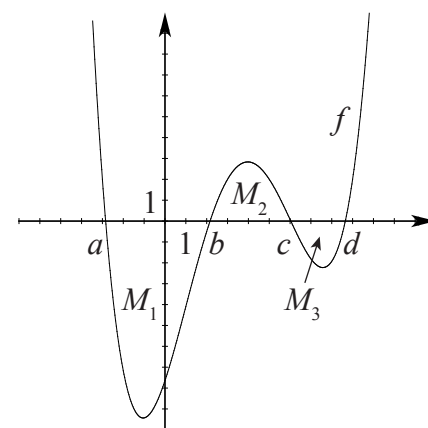
5081 Figuren viser grafen for en kontinuert funktion  $f$ . Funktionen har 4 nulpunkter, der kaldes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  og  $d$ . Grafen afgrænser sammen med førsteaksen tre områder  $M_1$ ,  $M_2$  og  $M_3$ . Det oplyses at

$$\int_a^c f(x) dx = -22,0718, \int_b^c f(x) dx = 7,1078$$

og at

$$\int_b^d f(x) dx = 3,3296$$

Bestem arealet af hvert af områderne  $M_1$ ,  $M_2$  og  $M_3$ .



5082 Figuren viser grafen for en kontinuert funktion  $f$ . Funktionen har 4 nulpunkter, der kaldes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  og  $d$ . Grafen afgrænser sammen med førsteaksen tre områder  $M_1$ ,  $M_2$  og  $M_3$ .

Arealerne af de tre områder er

$$\alpha(M_1) = 10,222$$

$$\alpha(M_2) = 6,750$$

$$\alpha(M_3) = 14,850$$

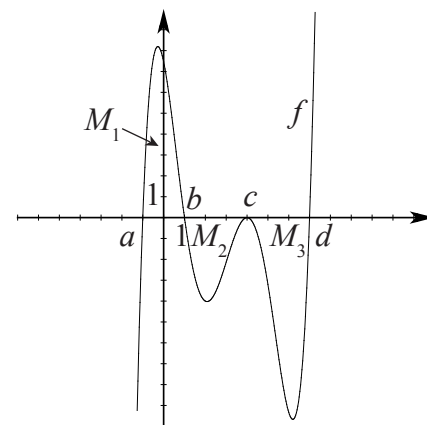
Bestem hvert af integralerne

a)  $\int_a^b f(x) dx$

b)  $\int_b^c f(x) dx$

c)  $\int_a^d f(x) dx$

d)  $\int_b^d f(x) dx$



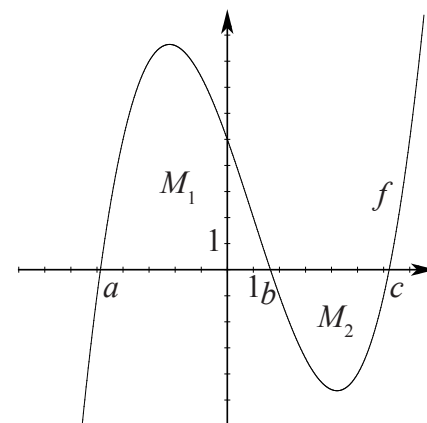
5083 Figuren viser grafen for en kontinuert funktion  $f$ . Funktionen har 3 nulpunkter, der kaldes  $a$ ,  $b$  og  $c$ . Grafen afgrænser sammen med førsteaksen to områder  $M_1$  og  $M_2$ .

Det oplyses at

$$\int_a^c f(x) dx = 4,3046$$

og at arealet af området  $M_1$  er 26,5484.

Bestem  $\int_b^c f(x) dx$ .



5084 Betragt funktionerne med forskrifter

$$f(x) = \ln(x) \quad \text{og} \quad g(x) = \exp(x)$$

Graferne har et skæringspunkt.

a) Find  $x$ -koordinaten til skæringspunktet og kald den  $s$ .

Graferne afgrænser sammen med linjen med ligning  $x = k$ ,  $k > s$  et område  $M_k$ , der har et areal  $A(k)$ .

b) Bestem en forskrift for funktionen  $A(k)$ .

c) Bestem tallet  $k$ , så arealet er 25.

d) Bestem tallet  $h$ , så linjen  $x = h$  halverer arealet i c).

e) Bestem arealet af den del af  $M_{10}$  der ligger over førsteaksen.

f) Bestem arealet af den del af  $M_{10}$  der ligger under førsteaksen.

5085 Betragt for  $x \leq 0$  funktionerne med forskrifter

$$f(x) = x^3 \text{ og } g(x) = \sqrt{-x}$$

Graferne afgrænser sammen med linjen med ligning  $x = k$ ,  $k < 0$  et område  $M_k$ , der har et areal  $A(k)$ .

- Bestem arealet af det område udtrykt ved  $k$ .
- Bestem tallet  $k$ , så arealet er 76.
- Bestem  $A(-11)$ .
- Bestem arealet af den del af  $M_{-16}$  der ligger over førsteaksen.
- Bestem arealet af den del af  $M_{-16}$  der ligger under førsteaksen.

5086 Beregn ved håndkraft volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer når området

$$\{(x,y) \mid -1 \leq x \leq 5 \wedge 0 \leq y \leq \sqrt{4x+6}\}$$

drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

5087 Beregn ved håndkraft volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer når området

$$\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 3 \wedge 0 \leq y \leq 2x + 1\}$$

drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

5088 Beregn ved håndkraft volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer når området

$$\{(x,y) \mid 1 \leq x \leq 3 \wedge 0 \leq y \leq e^{2x}\}$$

drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

5089 Beregn ved håndkraft volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer når området

$$\{(x,y) \mid 1 \leq x \leq 6 \wedge 0 \leq y \leq \sqrt{\ln(x)}\}$$

drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

5090 Bestem volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer når området mellem førsteaksen og grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = x + \ln(x), \quad 2 \leq x \leq 4$$

drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

5091 Beregn volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer når området

$$\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 4\pi \wedge 0 \leq y \leq 3 \cdot \cos(x) + x + 1\}$$

drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

5092 Bestem volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer når området mellem førsteaksen og grafen for funktionen med forskrift

$$f(x) = 2^x + \ln(x), \quad 1 \leq x \leq 4$$

drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

5093 Lad  $k$  være et positivt tal. Betragt det omdrejningslegeme der fremkommer når området

$$\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 3 \wedge 0 \leq y \leq k \cdot x^2 + 2\}$$

drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

Bestem tallet  $k$ , så volumenet bliver 224.

5094 Lad  $k$  være et positivt tal. Betragt det omdrejningslegeme der fremkommer når området  $\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 2 \wedge 0 \leq y \leq (\sin(x))^2 + k\}$  drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.  
Bestem tallet  $k$ , så volumenet bliver 35.

5095 Lad  $a$  være et positivt tal. Betragt det omdrejningslegeme der fremkommer når området  $\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq a \wedge 0 \leq y \leq 3 + x^3\}$  drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.  
Bestem tallet  $a$ , så volumenet bliver 456.

5096 Lad  $a$  være et positivt tal. Betragt det omdrejningslegeme der fremkommer når området  $\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq a \wedge 0 \leq y \leq 5^x + 2x + 1\}$  drejes  $360^\circ$  omkring førsteaksen.  
Bestem tallet  $a$  så volumenet bliver 890.

5097 Betragt i intervallet  $[0;3]$  funktionerne  $f$  og  $g$  med forskrifter

$$f(x) = \frac{x^2}{100} + 10 \quad \text{og} \quad g(x) = \sqrt{x+100}$$

- Gør rede for at for  $-10 \leq x \leq 0$  er  $0 \leq g(x) \leq f(x)$ .
- Beregn volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer ved at dreje området mellem graferne  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

5098 Betragt i intervallet  $[-\pi/2; \pi/2]$  funktionerne  $f$  og  $g$  med forskrifter

$$f(x) = 2 + \cos(x) \quad \text{og} \quad g(x) = 2 - \cos(x)$$

- Gør rede for at for  $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$  er  $0 \leq g(x) \leq f(x)$ .
- Beregn volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer ved at dreje området mellem graferne  $360^\circ$  omkring førsteaksen.

5099 Betragt i intervallet  $[0;5]$  for  $k \geq 0$  funktionerne  $f$  og  $g$  med forskrifter

$$f(x) = 2x + k \quad \text{og} \quad g(x) = x + k$$

- Gør rede for at for  $0 \leq x \leq 3$  er  $0 \leq g(x) \leq f(x)$ .
- Bestem tallet  $k$  så volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer ved at dreje området mellem graferne  $360^\circ$  omkring førsteaksen, bliver 500.

5100 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = -x^2 + 7x - 6, \quad 2 \leq x \leq 5$$

og linjen  $l$  med ligning  $y = 4$ .

Bestem volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer når området mellem grafen for funktionen  $f$  og linjen  $l$  drejes  $360^\circ$  omkring  $l$ .

5101 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = \exp(x), \quad -1 \leq x \leq 2$$

og linjen  $l$  med ligning  $y = -3$ .

Bestem volumenet af det omdrejningslegeme der fremkommer når området mellem grafen for funktionen  $f$  og linjen  $l$  drejes  $360^\circ$  omkring  $l$ .

5102 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = 5\sqrt{x} - x, \quad 1 \leq x \leq 16$$

og linjen  $l$  med ligning  $y = 2$ .

Bestem volumen af det omdrejningslegeme der fremkommer når området mellem grafen for funktionen  $f$  og linjen  $l$  drejes  $360^\circ$  omkring  $l$ .

5103 Betragt funktionen med forskrift

$$f(x) = (\sin(x))^2, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

og linjen  $l$  med ligning  $y = -5$ .

Bestem volumen af det omdrejningslegeme der fremkommer når området mellem grafen for funktionen  $f$  og linjen  $l$  drejes  $360^\circ$  omkring  $l$ .

5104 Betragt området

$$M = \{(x,y) \mid -2 \leq x \leq 4 \wedge -3 \leq y \leq 2^x + x\}$$

Bestem volumen af det omdrejningslegeme der fremkommer når  $M$  drejes  $360^\circ$  omkring linjen  $l$  med ligning  $y = -3$ .

5105 Betragt området

$$M = \{(x,y) \mid 1 \leq x \leq 5 \wedge 2 \leq y \leq \exp(x) + x^2\}$$

Bestem volumen af det omdrejningslegeme der fremkommer når  $M$  drejes  $360^\circ$  omkring linjen  $l$  med ligning  $y = 2$ .